

УДК 519.6

Численное исследование прямого вариационного алгоритма усвоения данных в городских условиях

А.В. Пененко¹, Ж.С. Мукатова¹, В.В. Пененко¹,
А.В. Гочаков², П.Н. Антохин^{3*}

¹Институт вычислительной математики и математической геофизики СО РАН
630090, г. Новосибирск, ул. Академика Лаврентьева, 6

²Сибирский региональный научно-исследовательский гидрометеорологический институт
630099, г. Новосибирск, ул. Советская, 30

³Институт оптики атмосферы им. В.Е. Зуева СО РАН
634055, г. Томск, пл. Академика Зуева, 1

Поступила в редакцию 22.01.2018 г.

На реалистичном сценарии оценки загрязнения атмосферы г. Новосибирска по данным системы мониторинга изучена эффективность прямого алгоритма вариационного усвоения данных с квазинезависимым усвоением данных на отдельных шагах схемы расщепления. Для работы в условиях редкой измерительной сети предложен алгоритм с минимизацией пространственной производной функции неопределенности (управления), за счет которой и производится усвоение данных. Это увеличивает гладкость восстановленных функций неопределенности, что положительно влияет на качество восстановления в рассмотренном сценарии.

Ключевые слова: усвоение данных, вариационный подход, схема расщепления, «Умный город»; data assimilation, variational approach, splitting scheme, “smart city”.

Введение

В составе системы управления «Умным городом» важно иметь инструменты, которые позволили бы оперативно восстанавливать и дополнять информацию о пространственном и временном распределении полей загрязняющих веществ на территории города, а затем прогнозировать их изменения. Такая необходимость обусловлена широким спектром негативного влияния на здоровье человека малых газовых и аэрозольных примесей антропогенного происхождения (см. например [1]). Основным инструментом, позволяющим получать информацию о распределении и динамике загрязняющих веществ в городе, является математическое моделирование с оперативным усвоением данных измерений уровня загрязнения, полученных на стационарных или мобильных постах наблюдений. Первые результаты моделирования процессов переноса и трансформации атмосферных примесей в городских условиях с примерами для г. Новосибирска были изложены в [2].

Современные модели переноса и трансформации примесей в атмосфере учитывают множество разнообразных процессов, поэтому размерности функций

состояний этих моделей могут достигать до 10^{12} . Работа с такими размерностями выдвигает особые требования к алгоритмам усвоения данных, способным работать в реальном времени. В этой связи особый интерес представляют прямые (безытерационные) алгоритмы усвоения данных. Обзор таких алгоритмов можно найти в [3].

Рассмотрим семейство вариационных алгоритмов усвоения данных, в которых усвоение одного и того же набора данных производится квазинезависимо на отдельных стадиях схемы расщепления. При этом на каждой стадии на ограничениях математической модели прямым алгоритмом находится условный минимум целевого функционала. Функционал содержит невязку между измеренными значениями и их смоделированными аналогами, а также некоторый стабилизатор, включающий норму функции неопределенности (управления) [4, 5]. Пример работы такого алгоритма в реалистичном сценарии для г. Новосибирска представлен в [6]. В обсуждении результатов отмечено, что при качественном совпадении точного и восстановленного решений их абсолютные значения существенно отличались. Мы считаем, что это вызвано тремя факторами. Во-первых, характером стабилизатора в целевом функционале алгоритма вариационного усвоения данных, регулирующим величину нормы функции неопределенности (дополнительного источника). Во-вторых, поля концентраций распространенного загрязнителя атмосферы города, например SO_2 или CO , не локали-

* Алексей Владимирович Пененко (a.penenko@yandex.ru); Жадыра Саматовна Мукатова (zmukatova@yandex.ru); Владимир Викторович Пененко (penenko@sscc.ru); Александр Владимирович Гочаков (gochakov@sibnigmi.ru); Павел Николаевич Антохин (apn@iao.ru).

зуются в малых окрестностях постов наблюдений (как это может происходить при движении облака отравляющего вещества над городом после точечного выброса). В третьих, посты наблюдений расположены на больших расстояниях друг от друга, что не позволяет получить покрытие области данными измерений, достаточное для хорошего количественного совпадения точного и восстановленного указанным алгоритмом решений.

В [7] представлен прямой алгоритм вариационного усвоения данных со стабилизатором в целевом функционале, регулирующим величину нормы производной функции неопределенности. Такой стабилизатор позволяет получать менее локализованные решения, но согласующиеся с данными измерений.

Цель настоящей работы состоит в оценке эффективности применения прямого алгоритма вариационного усвоения данных со стабилизаторами, включающими как норму самой функции неопределенности, так и норму ее пространственной производной в реалистичном сценарии для г. Новосибирска.

1. Постановка задачи

Рассмотрим модель переноса примесей в атмосфере [8–10]:

$$\frac{\partial \varphi(x, t)}{\partial t} + \operatorname{div}(\varphi(x, t)\mathbf{u}(x, t) - \mu(x, t)\operatorname{grad}\varphi(x, t)) = f(x, t) + r(x, t), \quad (x, t) \in D \times (0, T); \quad (1)$$

$$\mu(x, t) \frac{\partial \varphi(x, t)}{\partial n} = 0, \quad (x, t) \in \Gamma_{\text{out}},$$

$$\varphi(x, t) = \varphi_b(x, t), \quad (x, t) \in \Gamma_{\text{in}}; \quad (2)$$

$$\varphi(x, t) = \varphi_0(x), \quad x \in D, \quad t = 0. \quad (3)$$

Здесь φ — концентрация примеси, $\text{кг}/\text{м}^3$; \mathbf{u} — вектор скоростей ветра, $\text{м}/\text{с}$; μ — коэффициент диффузии, $\text{м}^2/\text{с}$; φ_b — фоновые значения концентраций, $\text{кг}/\text{м}^3$; φ_0 — начальные распределения концентраций, $\text{кг}/\text{м}^3$; f характеризует мощность источника примесей, т.е. массу выброса в секунду для кубического метра в пространстве, поэтому в данной постановке ее размерность $\text{кг}/(\text{м}^3 \cdot \text{с})$; r соответствует функции неопределенности, добавляемой в модель для усвоения данных; $D = (0, X) \times (0, Y)$, $X, Y > 0$ — прямоугольная область в пространстве; Γ_{out} — часть границы области $\partial D \times (0, T)$, на которой скорость ветра направлена наружу из области; Γ_{in} — часть границы, на которой скорость ветра направлена внутрь области; n — внешняя нормаль к границе области.

В прямой задаче μ , \mathbf{u} , φ_0 , φ_b , f , r известны, требуется найти φ из (1)–(3). Предположим, что параметры (1)–(3) таковы, что прямая задача имеет единственное решение. Пусть для некоторого \bar{r} получено решение прямой задачи $\bar{\varphi}$. Его зашумленные значения измеряются в M точках пространства и времени $\{(\chi_m, \theta_m)\}_{m=1}^M \subset D \times [0, T]$:

$$I_m = \bar{\varphi}(\chi_m, \theta_m) + \zeta_m, \quad m = 1, \dots, M, \quad (4)$$

где ζ_m — возмущение m -го результата измерений.

В задаче усвоения данных заданы μ , \mathbf{u} , φ_0 , φ_b , f . Пусть для некоторого момента времени $t^* \in (0, T)$ доступны данные измерений I_m в предшествующие t^* моменты. По этой информации $\bar{\varphi}$ должно быть найдено из (1)–(4) для всего интервала $(0, T)$.

2. Алгоритм решения

Определим в области временную и пространственные сетки

$$\omega_T = \{t^k\}_{k=1}^{N_t} | 0 = t^1 < \dots < t^k < \dots < t^{N_t} = T\},$$

$$\omega_X = \{x_i\}_{i=1}^{N_x} | 0 = x_1 < \dots < x_i < \dots < x_{N_x} = X\},$$

$$\omega_Y = \{y_j\}_{j=1}^{N_y} | 0 = y_1 < \dots < y_j < \dots < y_{N_y} = Y\}.$$

Пусть для простоты ω_T — равномерная сетка с шагом Δt ; ω_X , ω_Y — равномерные сетки с шагами $\Delta x = \Delta y$ соответственно. Рассмотрим неявную схему [11], аппроксимирующую краевую задачу (1)–(3) и аддитивно-усредненную схему расщепления по пространственным переменным [12]:

$$\phi^k = \{\varphi_0(x_i, y_j)\}_{i,j=1}^{N_x, N_y}, \quad k = 1; \quad (5)$$

$$\gamma_\xi \frac{\phi_\xi^k - \phi_\xi^{k-1}}{\Delta t} = \Lambda_\xi^k \phi_\xi^k + F_\xi^k + r_\xi^k, \quad k = 2, \dots, N_t, \quad \xi \in \Xi; \quad (6)$$

$$\phi^k = \sum_{\xi \in \Xi} \gamma_\xi \phi_\xi^k, \quad \sum_{\xi \in \Xi} \gamma_\xi = 1, \quad \gamma_\xi \geq 0, \quad \Xi = \{x, y\}. \quad (7)$$

Здесь ϕ , $\{\phi_\xi\}_{\xi \in \Xi}$, $\{r_\xi\}_{\xi \in \Xi} \in \mathbb{R}^{N_x \times N_y \times N_t}$ — векторы с элементами $\{\phi_{ij}^k\}_{i,j,k=1}^{N_x, N_y, N_t}$, $\{\phi_\xi^k\}_{i,j,k=1}^{N_x, N_y, N_t}$, $\{r_\xi^k\}_{i,j,k=1}^{N_x, N_y, N_t}$; $F_\xi \in \mathbb{R}^{N_x \times N_y \times N_t}$ — векторы, содержащие элементы $\{f_{ij}^k\}_{i,j,k=1}^{N_x, N_y, N_t}$, $f_{ij}^k = f(x_i, y_j, t^k)$ и соответствующие агрегаты из краевых условий для данной стадии схемы расщепления. Предположим, что точки проведения измерений совпадают с точками сетки $\{(\chi_m, \theta_m)\}_{m=1}^M \subset \omega_X \times \omega_Y \times \omega_T$.

В качестве решения задачи вариационного усвоения данных для шага по времени k и стадии расщепления вдоль оси x будем рассматривать точки условных минимумов $(\tilde{\phi}_x^k)_j^k$ целевых функционалов J_{xj}^k при $j = 1, \dots, N$ (для краткости обозначим $\phi_i^k = (\phi_x^k)_{ij}^k$, $r_i^k = (r_x^k)_{ij}^k$, $F_i^k = (F_x^k)_{ij}^k$, $H_i^k = H_{ij}^k$, $I_i^k = I_{ij}^k$, $\Delta t = \Delta t / \gamma_\xi$):

$$J_{xj}^k(\phi^k, \mathbf{r}^k) = \left(\sigma \sum_{i=1}^N (\phi_i^k - I_i^k)^2 H_i^k + \rho \sum_{i=1}^N (r_i^k)^2 + \eta \sum_{i=1}^{N-1} \left(\frac{r_i^k - r_{i+1}^k}{\Delta x} \right)^2 \right) \Delta t, \quad (8)$$

для которых ϕ^k и \mathbf{r}^k связаны уравнением (6) (при $\xi = x$); H_i^k — маска наблюдательной системы: $H_i^k = 1$

в точке наблюдения $\{(\chi_m, \theta_m)\}_{m=1}^M \subset \omega_X \times \omega_Y \times \omega_T$ и 0 на оставшейся части области $\omega_X \times \omega_Y \times \omega_T$. Выражение (6) сводится к трехдиагональной численной схеме

$$-L_i \phi_{i-k}^k + C_i \phi_i^k - R_i \phi_{i+1}^k = \phi_i^{k-1} + \Delta t F_i^k + \Delta t r_i^k, \\ i = 1, \dots, N.$$

Тогда верно предложение из [7]: точка условного минимума функционала (8) на ограничениях (6) вычисляется при решении матричной системы

$$-\bar{L}_i \Phi_{i-1} + \bar{C}_i \Phi_i - \bar{R}_i \Phi_{i+1} = \bar{F}_i, \quad i = 1, \dots, N, \quad (9)$$

где

$$\bar{R}_i = \begin{cases} \begin{pmatrix} R_i & 0 & 0 \\ 0 & L_{i+1} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{2\eta\Delta t}{\Delta x^2} \end{pmatrix}, & i = 1, \dots, N-1, \\ 0, & i = N; \end{cases} \\ \bar{L}_i = \begin{cases} 0, & i = 1, \\ \begin{pmatrix} L_i & 0 & 0 \\ 0 & R_{i-1} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{2\eta\Delta t}{\Delta x^2} \end{pmatrix}, & i = 2, \dots, N; \end{cases} \\ \bar{C}_i = \begin{pmatrix} C_i & 0 & -\Delta t \\ 2\sigma H_i^k \Delta t & C_i & 0 \\ 0 & -\Delta t & 2\rho\Delta t + \frac{p_i^C \eta \Delta t}{\Delta x^2} \end{pmatrix}, \quad i = 1, \dots, N; \\ p_i^C = \begin{cases} 2, & i \in \{1, N\}, \\ 4, & 2 \leq i \leq N-1; \end{cases} \\ \bar{F}_i = \begin{pmatrix} \phi_i^{k-1} + \Delta t F_i^k \\ 2\sigma H_i^k \Delta t \\ 0 \end{pmatrix}; \quad \Phi_i = \begin{pmatrix} \phi_i^k \\ \psi_i \\ r_i^k \end{pmatrix}, \quad i = 1, \dots, N.$$

Для решения (9) без итераций можно использовать матричный аналог метода прогонки. Аналогичные операции проводятся для других стадий расщепления, в результате чего получаются оценки $\{\bar{\Phi}_\xi^k\}_{\xi \in \Xi}$. В качестве решения задачи усвоения данных на шаге k будем рассматривать

$$\bar{\Phi}^k = \sum_{\xi \in \Xi} \gamma_\xi \bar{\Phi}_\xi^k. \quad (10)$$

3. Подготовка сценария для моделирования

Для подготовки коэффициентов модели переноса примесей (5)–(7) в составе алгоритма решения обратной задачи привлекались метеорологические

величины, рассчитанные с помощью модели WRF-Chem [13] в области, ограниченной координатами 54,75–55,16° с.ш., 82,66–83,37° в.д. (99 × 99 точек), с шагом сетки по горизонтали 460 м, содержащей 30 вертикальных уровней до уровня 50 гПа. Первый уровень модели в среднем соответствует 28,7 м от поверхности Земли. Задавался адаптивный шаг по времени от 1 до 20 с.

Из горизонтальных компонент скорости ветра (U и V) усреднением по первым восьми вертикальным уровням WRF-Chem был сформирован вектор скорости ветра \mathbf{u} . Аналогично из коэффициента вертикальной диффузии (EXCH_H) усреднением по первым восьми уровням WRF-Chem был сформирован коэффициент μ . Для подготовки файлов коэффициентов был сделан расчет за модельный период с 00:00 UT 13.07 по 00:00 UT 17.07.2008 г. Начальные ϕ_0 и фоновые значения ϕ_b выбраны нулевыми. Параметры сеток в экспериментах с усвоением данных: $N = 99$, $N_t = 57600$, $T = 96 \times 3600$.

Предположим, что источники примесей представлены объектами двух типов: точечным источником с постоянной по времени мощностью и точечным источником с заданным временным ходом мощности. Первые моделируют выбросы от ТЭЦ и других предприятий; для краткости будем их далее называть «ТЭЦ». Вторые – выбросы от транспорта, и их мощность зависит от интенсивности движения, которое, в свою очередь, зависит от времени. Для краткости вторые источники будем называть «дорогами». В дискретной системе точечные источники моделируются с помощью дельта-функций Кронекера δ_{ij} :

$$\delta(i - \bar{i}, j - \bar{j}) = \frac{\delta_{i\bar{i}} \delta_{j\bar{j}}}{\delta x_i \delta y_j}, \quad \delta_{ij} = \begin{cases} 1, & i = j, \\ 0, & i \neq j, \end{cases} \\ \delta x_i = \begin{cases} \Delta x/2, & i = 1, \\ \Delta x, & 1 < i < N, \\ \Delta x/2, & i = N, \end{cases}$$

где $\{\bar{i}, \bar{j}\}$ – индекс расположения данного источника; δy_j определяется аналогично δx_i . Обозначим через $\{\bar{i}_s, \bar{j}_s\}_{s=1, \dots, \bar{N}}$ индексы узлов постоянных источников, а через $\{\tilde{i}_s, \tilde{j}_s\}_{s=1, \dots, \tilde{N}}$ – индексы узлов переменных по времени источников. В этом случае функция источников

$$\bar{r}_{ij}^k = \sum_{s=1}^{\bar{N}} \bar{q}_s \delta(i - \bar{i}_s, j - \bar{j}_s) + \sum_{s=1}^{\tilde{N}} \tilde{q}_s Q(t^k) \delta(i - \tilde{i}_s, j - \tilde{j}_s) \quad (11)$$

(\bar{q}_s, \tilde{q}_s – мощности источников постоянного и переменного типов, кг/(м · с)). Безразмерный параметр $Q(t)$ описывает априори заданный временной ход интенсивности источников. Будем считать, что при решении задачи усвоения данных априорная информация об источниках отсутствует, т.е. $\mathbf{F}_\xi^k = 0$.



Рис. 1. Источники выбросов (треугольники) и наблюдательные станции (круги) (крупными треугольниками вершинами вверх отмечены «ТЭЦ», а малыми вершинами вниз — «дороги»)

В качестве информации о расположении источников использовались данные о городских ТЭЦ и котельных, а также схема дорог со статистически обработанными данными об общей загруженности автотранспортом за период 2015–2017 г. Так как обработанные данные являются функцией загруженности магистралей от времени, они слабо зависят от общего количества транспортных средств и могут быть интерпретированы как усредненная информация о ритме движения агломерации.

Схема дорог перенесена из Static API [14] сервиса Яндекс (дорожный трафик) [15] и геопривязана. Участки автомагистралей, приведенные к сетке эмиссий расчетного домена, отмечены на рис. 1 черными треугольниками с вершинами, обращенными вниз. Для задания параметра $Q(t)$ использовались получасовые оценки относительного количества красных и желтых пикселей на карте сервиса, обозначающих загруженные участки дорог. Период $Q(t)$ соответствует следующим дням недели: воскресенье, понедельник, вторник и среда каждой недели июля — и отражает динамику движения в дни модельных расчетов. Результат расчета интенсивности движения $Q(t)$ представлен на рис. 2.

Сконструируем реалистичный сценарий согласно рис. 1. Пусть суммарная мощность всех источников в параметризации (11) равна 10^{-9} кг/(м·с) и суммарная мощность «дорог» равна суммарной мощности «ТЭЦ»:

$$\sum_{s=1}^{\bar{N}} \bar{q}_s + \sum_{s=1}^{\bar{N}} \tilde{q}_s = 10^{-9}, \quad \sum_{s=1}^{\bar{N}} \bar{q}_s = \sum_{s=1}^{\bar{N}} \tilde{q}_s.$$

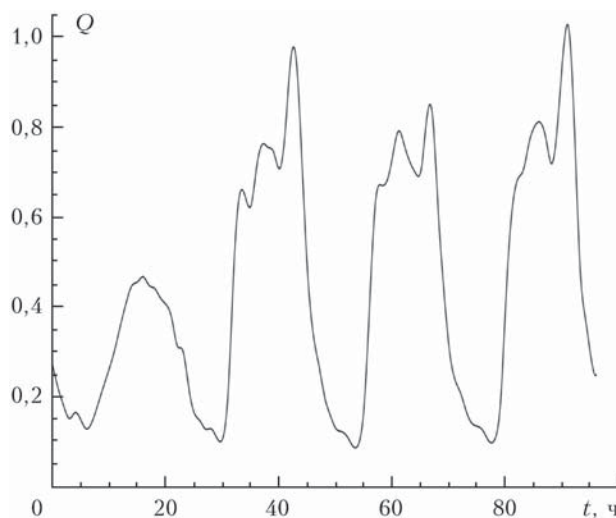


Рис. 2. Временной ход мощности Q источников «дороги»

В этом случае мощность каждой из восьми «ТЭЦ» равна $0,0625 \cdot 10^{-9}$ кг/(м·с), а мощность каждой из 337 «дорог» равна $0,0015 \cdot 10^{-9}$ кг/(м·с). С этими «точными» значениями источника $\bar{\Gamma}$ решается прямая задача. Из полученного «точного» решения $\bar{\phi}$ в заданных, согласно [16], точках постов измерений (круги на рис. 1) каждые 20 мин модельного времени выбираются значения для использования в качестве \bar{I} . С этими данными измерений при неизвестном $\bar{\Gamma}$ решается задача усвоения данных, в результате чего получается оценка полей концентраций ϕ .

4. Результаты усвоения данных

Вес измерений $\sigma = 10^{10}$ во всех представленных расчетах. Изучим зависимость результата от соотношения параметров регуляризации ρ и η . На рис. 3 приведены результаты усвоения данных в момент поступления результатов измерений. Можно отметить, что решение на рис. 3, б без минимизации производной является более локализованным в окрестности точек измерения, нежели решения на рис. 3, в, г. На последних заметны крестообразные особенности решения с центрами в точках измерения. Это — следствие квазинезависимого усвоения данных на отдельных стадиях схемы расщепления. В следующих работах планируется уменьшить влияние этого эффекта на решение.

Оценим количественно точность решения. На рис. 4 представлена относительная среднеквадратичная ошибка решения задачи усвоения данных для различных параметров регуляризации в зависимости от времени.

В случае без усвоения (NoDA) относительная ошибка равна 1. Минимальной из представленных ошибок обладает решение для параметров усвоения (регуляризации) $\rho = 0$, $\eta = 10$, соответствующее рис. 3, г.

Заключение

На реалистичном сценарии оценки уровня загрязнения атмосферы г. Новосибирска по измерениям системы мониторинга изучена эффективность

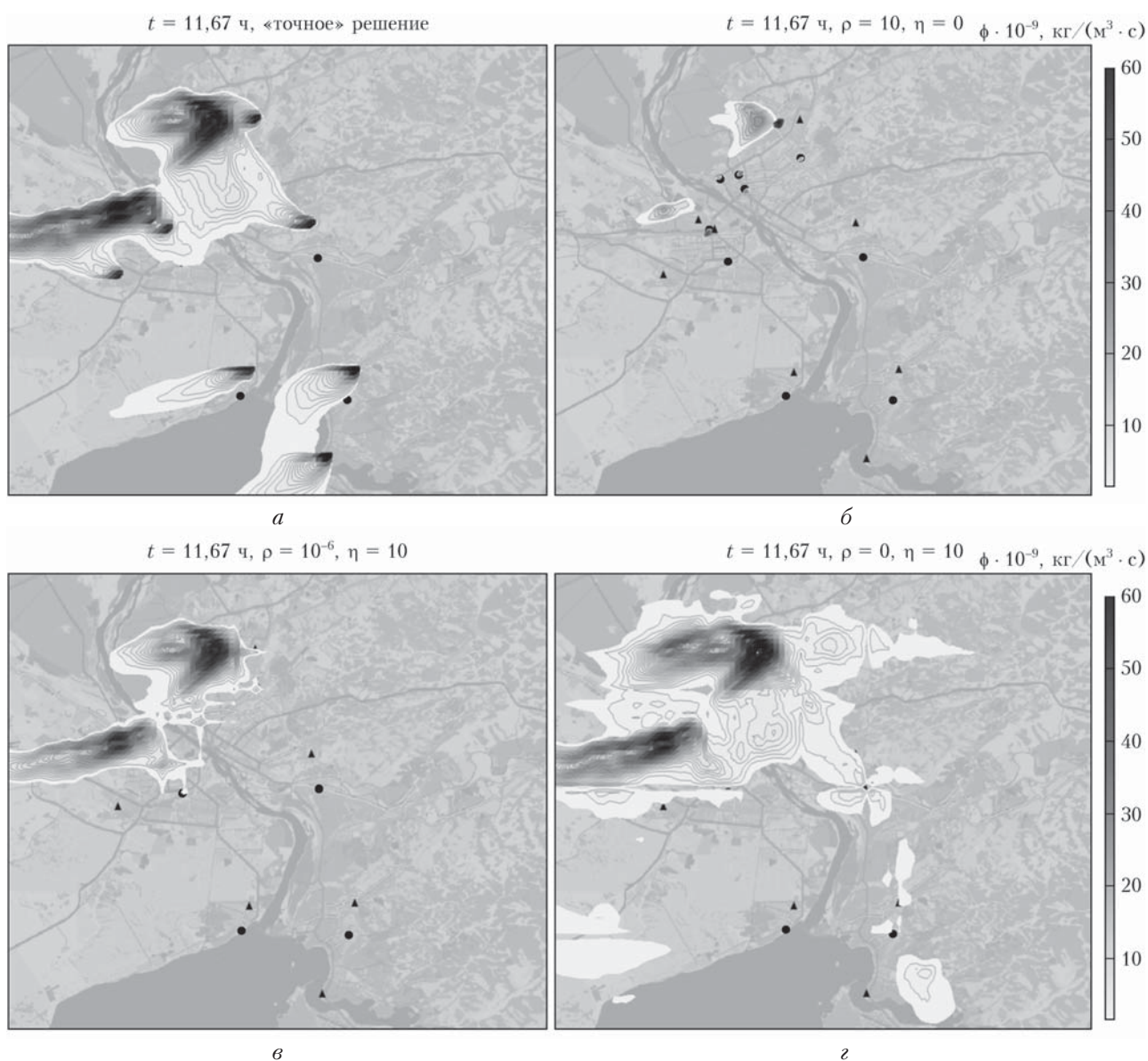


Рис. 3. Результаты восстановления поля концентрации: «точное» решение (а) при различных значениях параметров регуляризации (б–г) в заданный момент времени, когда проводилось усвоение данных измерений. Показаны значения концентраций выше $1,5 \cdot 10^{-9} \text{ кг}/(\text{м}^3 \cdot \text{с})$

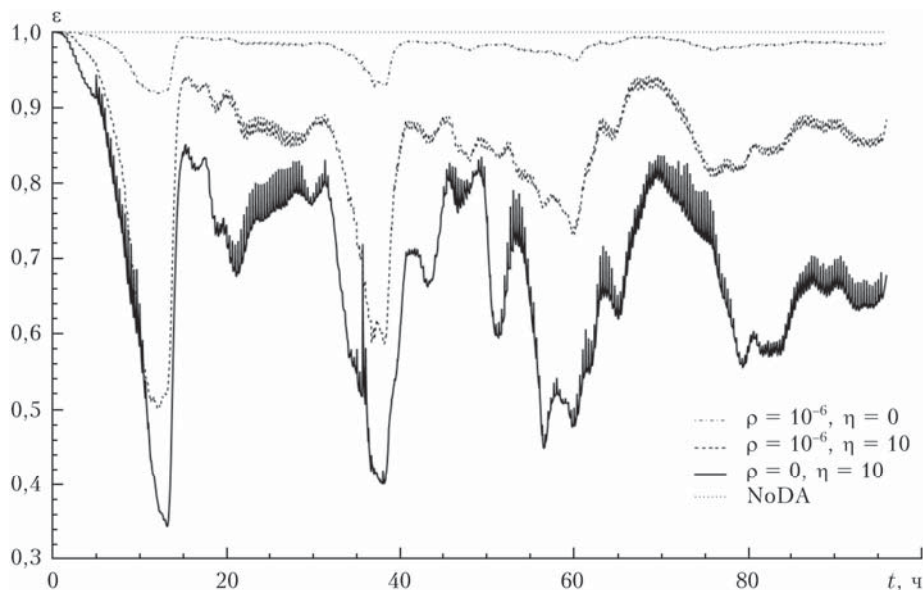


Рис. 4. Относительная ошибка ε восстановления поля концентрации в зависимости от времени для различных значений параметров регуляризации

прямого алгоритма вариационного усвоения данных с квазинезависимым усвоением данных на отдельных шагах схемы расщепления. В условиях редкой измерительной сети рассмотрена работа алгоритма с минимизацией в составе целевого функционала пространственной производной функции неопределенности (управления), за счет которой и осуществляется усвоение данных. Это увеличило гладкость восстановленных функций неопределенности, что положительно повлияло на качество восстановления в рассмотренном сценарии.

Разработка новой модификации прямого алгоритма усвоения данных выполнена в рамках темы госзадания ИВМиМГ СО РАН № 0315-2016-0004, построение сценария для моделирования, адаптация алгоритма к условиям г. Новосибирска и численные эксперименты выполнены при финансовой поддержке РФФИ и Правительства Новосибирской обл. (проект № 17-41-543309).

1. Regional Office for Europe. Air Quality Guidelines Global Update 2005: Particulate Matter, Ozone, Nitrogen Dioxide and Sulfur Dioxide (A EURO Publication). Denmark, Copenhagen: WHO, 2006. 485 p.
2. Пененко В.В., Алоян А.Е., Бажин Н.М., Скубневская Г.И. Численная модель модель гидрометеорологического режима и загрязнения городов и промышленных районов // Метеорол. и гидрол. 1984. № 4. С. 5–15.
3. Bocquet M., Elbern H., Eskes H., Hirtl M., Žabkar R., Carmichael G.R., Flemming J., Inness A., Pagowski M., Pérez Camano J.L., Saide P.E., San Jose R., Sofiev M., Vira J., Baklanov A., Carnevale C., Grell G., Seigneur C. Data assimilation in atmospheric chemistry models: Current status and future prospects for coupled chemistry meteorology models // Atmos. Chem. Phys. 2014. V. 14. P. 32233–32323.
4. Пененко А.В., Пененко В.В. Прямой метод вариационного усвоения данных для моделей конвекции-диффузии на основе схемы расщепления // Вычисл. технологии. 2014. Т. 19. С. 69–83.

5. Penenko A.V., Penenko V.V., Tsvetova E.A. Sequential data assimilation algorithms for air quality monitoring models based on a weak-constraint variational principle // Numer. Anal. Appl. 2016. V. 9. P. 312–325.
6. Penenko V.V., Penenko A.V., Tsvetova E.A. Variational approach to the study of processes of geophysical hydro-thermodynamics with assimilation of observation data // J. Appl. Mech. Tech. Phys. 2017. V. 58. P. 771–778.
7. Penenko A., Penenko V., Mukatova Z. Direct data assimilation algorithms for advection-diffusion models with the increased smoothness of the uncertainty functions // 2017 International Multi-Conference on Engineering, Computer and Information Sciences (SIBIRCON). 18–22 September, 2017. Novosibirsk. P. 126–130.
8. Пененко В.В. Методы численного моделирования атмосферных процессов. Л.: Гидрометеонздат, 1981. 352 с.
9. Марчук Г.И. Математическое моделирование в проблеме окружающей среды. М.: Наука, 1982. 320 с.
10. Пененко В.В., Алоян А.Е. Модели и методы для задач охраны окружающей среды. Новосибирск: Наука, 1985. 256 с.
11. Самарский А.А. Введение в теорию разностных схем. М.: Наука, 1971. 553 с.
12. Гордезиани Д.Г., Меладзе Г.В. О моделировании третьей краевой задачи для многомерных параболических уравнений в произвольной области одномерными уравнениями // Журн. вычисл. матем. и матем. физ. 1974. Т. 14. С. 246–250.
13. Skamarock W.C., Klemp J.B., Dudhia J., Gill D.O., Barker D.M., Duda M.G., Huang X., Wang W., Powers J.G. A Description of the Advanced Research WRF Version 3. NCAR/TN 475+STR Technical Note, UCAR [Electronic resource]. URL: <http://dx.doi.org/10.5065/D68S4MVH> (last access: 19.01.2018).
14. Yandex Static API [Electronic resource]. URL: https://tech.yandex.ru/maps/doc/staticapi/1.x/dg/concepts/input_params-docpage/ (last access: 19.01.2018).
15. Сервис Яндекс (дорожный трафик) [Электронный ресурс]. URL: <http://static-maps.yandex.ru/1.x/?ll=82.920430,55.030199&spn=0.31457,0.15&l=trf> (дата обращения: 19.01.2018).

16. О состоянии и об охране окружающей среды Новосибирской области в 2015 году [Электронный ресурс]. URL: <http://www.nso.ru/sites/test.new.nso.ru/>

wodby_files / files / wiki / 2014 / 01 / korrektura_gosdoklad-2015.compressed.pdf (дата обращения: 19.01.2018).

A.V. Penenko, Z.S. Mukatova, V.V. Penenko, A.V. Gochakov, P.N. Antokhin. **Numerical study of direct variational data assimilation algorithm in the urban scenario.**

The performance of a direct variational data assimilation algorithm with quasi-independent data assimilation at individual steps of the splitting scheme was evaluated in the realistic scenario of the air pollution assessment in the city of Novosibirsk. An algorithm with minimization of the spatial derivative of the uncertainty (control) function, which is adjusted to assimilate data, was considered in the case of sparse monitoring network. The use of the spatial derivative minimization allowed increasing smoothness of the uncertainty (control functions) reconstructed, which has a positive effect on the reconstruction quality in the scenario considered.